

Trägheit von Thermometern

Protokoll
Sensorik VGI 13

Matthias Bahn
Matthias Rüster
Mansour Kermani-Afarani

28.05.2014
Dessau-Roßlau

Inhaltsverzeichnis

1 Erläuterung der Aufgabenstellung und Messmethode.....	3
1.1 Aufgabenstellung.....	3
1.2 Trägheit von Thermometern.....	5
2 Versuchsanordnung.....	7
3 Messwerte und Beobachtungen.....	8
4 Auswertung.....	10
5 Zusammenfassung.....	12
6 Quellen.....	13

1 Erläuterung der Aufgabenstellung und Messmethode

1.1 Aufgabenstellung

Aufgabe: Bestimmung der Zeitkonstanten λ von 4 gebräuchlichen Thermometern.

Versuchsdurchführung:

Die Thermometer werden Temperaturen ausgesetzt, die nahe ihren oberen Messbereichsgrenzen liegen, da nur unter diesen Bedingungen eine korrekte Bestimmung von α erfolgen kann. Erwärmt Wasser in einem Dewargefäß (Thermosflasche) dient hierbei als Wärmequelle. Es ist aber darauf zu achten, dass die Temperatur nicht die maximale Anzeigetemperatur der Thermometer übersteigen, da diese sonst zerbrechen. Zur Überprüfung der richtigen Messbereichsgrenze soll zuerst ein Thermometer mit dem Messbereich bis 200 °C in das Dewargefäß eingetaucht werden.

a) Nach der raschen Befestigung des oberen Endes der Thermometer am Stativ beginnt der Messvorgang, indem die Anfangstemperatur T_0 abgelesen und gleichzeitig die Stoppuhr ausgelöst wird.

Die Temperaturablesungen (T_k) erfolgen zunächst alle 15 sec, ab 4 min alle 30 sec und ab 6 min nur noch zu jeder vollen Minute bis sich die Temperatur am Versuchsthermometer der Raumtemperatur bis auf etwa 0,1 °C angeglichen hat.

Während der ganzen Messreihe wird außerdem zu jeder vollen Minute die Zimmertemperatur T_L , die ein Vergleichsthermometer anzeigt, abgelesen.

Eine Abschirmung der beiden Thermometer untereinander sowie gegen den Beobachter ist erforderlich.

Auswertung:

1. a) Berechnung der Zeitkonstanten λ [sec] der Thermometer in der Zeitspanne bis zu 10 Minuten (gemäß Gleichung 3).

Wie verhalten sich die Zeitkonstanten innerhalb jeder Messreihe?

b) Berechnung von λ mit Hilfe der Halbwertszeit t_H . Vergleich mit den unter a) erhaltenen Werten und Schlussfolgerung.

c) Wie schnell muss ein Beobachter die Thermometer ablesen, bevor sie sich bei einer Differenz $T_0 - T_L = 10\text{ °C}$ nicht mehr als $0,1\text{ °C}$ abgekühlt haben? Diese Überlegung ist für alle Thermometer wichtig, die zwecks Ablesung aus dem sie umgebenden Medium (Wasser, Erdboden) herausgezogen werden.

Benötigte Geräte: Stativ (Dreifuß, Stange, Ausleger), 2 Thermometer (Messbereich -10 °C bis $+50\text{ °C}$), 2 Thermometer Messbereich $(-10\text{ °C}$ bis $+210\text{ °C})$, Stoppuhr, Dewargefäß mit warmen Wasser, Rührstab, Schnur

1.2 Trägheit von Thermometern

Temperaturschwankungen werden von den allgemein verwendeten Thermometern erst nach einer gewissen Zeit angezeigt. Die Angleichung der Thermometer an die Umgebungstemperatur erfolgt nahezu asymptotisch. Bestimmend für die Geschwindigkeit der Anpassung sind folgende Faktoren:

- beim Thermometergefäß: Volumen, Gestalt, Wandstärke
- bei der Thermometerflüssigkeit: Leitvermögen, Ausdehnung, spezifische Wärmekapazität
- bei dem umgebenden Medium: Wärmeleitvermögen, spezifische Wärmekapazität, Windgeschwindigkeit

Die Änderungsgeschwindigkeit der Thermometerangabe ist dem jeweiligen Temperaturunterschied gegenüber der Umgebung proportional, d.h.

$$\frac{dT_K}{dt} = -\alpha \cdot (T_K - T_L)$$

mit:

α - Wärmeübergangszahl und wird auch als Trägheitsbeiwert bezeichnet

T_K - Temperatur vom Thermometern

T_L - Temperatur der umgebenden Luft

t - Zeit

Der Trägheitsbeiwert α berechnet sich gemäß (Gleichung 2):

$$\alpha = \frac{\ln(T_0 - T_L) - \ln(T_K - T_L)}{t} \quad \left[\frac{1}{s} \right]$$

mit:

T_0 - Ausgangstemperatur

Die Zeitkonstante λ ist als Kehrwert von α definiert und hat die Einheit [s] (Gleichung 3):

$$\lambda = \frac{1}{\alpha} = \frac{t}{\ln(T_0 - T_L) - \ln(T_K - T_L)}$$

Berechnet man λ nach Gleichung 3 für jede volle Minute der gesamten Anpassungszeit eines erwärmten Thermometers an die Umgebungstemperatur, müsste man theoretisch immer dieselben Werte erhalten. In der Praxis ist das aber nicht der Fall, sondern es ist ein mehr oder weniger starkes Anwachsen der Zeitkonstanten zu beobachten, d.h. eine Zunahme der Trägheit während eines Abkühlungsvorganges. Dieser Effekt kann damit erklärt werden, dass die Außenwand des Thermometers von einer dünnen, adhäsiv anhaftenden Lufthaut umgeben ist, die sich ihrerseits der höheren Temperatur des Thermometerkörpers anzupassen versucht. Dadurch wird die Differenz von

$T_K - T_L$ langsam kleiner was eine Verzögerung des Abklingvorgangs zur Folge hat. Eine weitere Möglichkeit λ zu bestimmen führt über die Berechnung der Halbwertszeit t_H . Sie stellt die Zeitdauer dar, während der sich das Thermometer auf die Hälfte der ursprünglichen Temperaturdifferenz $T_0 - T_L$ abkühlt. Daraus folgt die Temperatur zur Halbwertszeit:

$$T_H = \frac{T_0 - T_L}{2} + T_L$$

Zu dieser Halbwertstemperatur T_H sucht man sich aus den gemessenen Daten die korrespondierende Zeit, welche der Halbwertszeit t_H entspricht.

Geht man von Gleichung 3 aus, so erhält man unter Berücksichtigung von:

$$T_K - T_L = \frac{T_0 - T_L}{2}$$

die Zeitkonstante λ durch:

$$\lambda = \frac{t_H}{\ln(T_0 - T_L) - \ln\left(\frac{T_0 - T_L}{2}\right)} = \frac{t_H}{\ln 2} = \frac{t_H}{0.693}$$

$$\lambda = 1.443 \cdot t_H$$

Die Zeitkonstante λ kann also auch über die Halbwertszeit t_H ermittelt werden.

2 Versuchsanordnung

Wie in der Aufgabenstellung beschrieben hatten wir 4 Thermometer zur Verfügung, deren Trägheit wir untersuchen sollten. Für die Thermometer mit einem Messbereich von -10 °C bis 210 °C nutzten wir (nahezu) kochendes Wasser aus einem Wasserkocher. Für die Thermometer mit einem Messbereich von -10 °C bis 50 °C mischten wir heißes Wasser mit kaltem, bis uns eines der anderen Thermometer (bis 210 °C) eine Temperatur von ca. 49 °C anzeigte.

Die Raumtemperatur haben wir vor und nach dem eigentlichen Experiment bei jedem Thermometer abgelesen. Diese änderte sich während des Experimentes nur sehr geringfügig.



Abbildung 1: Die zu untersuchenden Thermometer

Wir untersuchten jedes Thermometer einzeln und gingen dabei folgendermaßen vor:

Nachdem das Thermometer ins heiße Wasser getan wurde und die Temperatur sich nicht weiter erhöht hatte, nahmen wir dieses aus dem Wasser heraus, wischten das Wasser vom Thermometer ab und hängten es mit dem Seil an eine Stativstange.

Beim Ablesen achteten wir auf, dass keine Einwirkungen von Außen (Körpertemperatur, Luftzug durch Fenster) die Messung groß beeinflussen. Wir schlossen also das Fenster und rückten nicht zu nahe an das Thermometer heran, da diese sehr empfindlich sind.

Zum Zeitpunkt $t = 0\text{ s}$ starteten wir die Stoppuhr und lasen den ersten Wert ab (T_0). Bis 4 min erfolgte die Ablesung der Temperatur alle 15 s, ab 4 min 30 s und ab 6 min alle 60 s bis sich die Temperatur an die Raumtemperatur angeglichen hat und die Werte nicht mehr als $0,1\text{ °C}$ voneinander abwichen.

3 Messwerte und Beobachtungen

Unsere Messergebnisse für die 4 Thermometer sehen wie folgt aus:

Zeit [s]	Thermometer 6 [°C]	Thermometer 5 [°C]	Thermometer 2 [°C]	Thermometer 4 [°C]
0	87,0	90,0	49,4	48,5
15	59,0	72,0	42,8	39,5
30	54,0	65,0	39,7	36,6
45	50,0	60,0	37,6	34,2
60	46,5	55,5	36,2	32,5
75	43,5	51,5	34,0	30,8
90	41,0	48,3	33,4	29,6
105	39,0	45,0	32,3	28,6
120	37,0	43,0	31,4	27,8
135	35,5	40,0	30,0	27,0
150	34,0	38,0	29,6	26,4
165	33,0	36,9	28,9	25,9
180	32,0	35,0	28,3	25,4
195	31,0	34,0	27,6	24,9
210	30,0	33,0	27,2	24,6
225	29,0	31,9	26,6	24,3
240	28,5	31,0	26,3	23,9
270	27,5	29,5	25,5	23,5
300	27,0	27,3	24,9	23,2
330	26,0	27,0	24,5	22,9
360	25,8	26,8	24,2	22,7
420	25,0	25,5	23,8	22,4
480	24,1	25,0	23,4	22,3
540	24,0	24,5	23,2	22,3
600		24,0	23,2	

Tabelle 1: Unsere Messwerte

Die Anpassung der Thermometer an die Raumtemperatur erfolgte immer innerhalb von 10 Minuten. Thermometer 2 und 4 hatten am Ende eine niedrigere Temperatur als die gemessene Raumtemperatur, dies könnte daran liegen, dass das Thermometer nicht komplett trocken war und die Restfeuchte dem Thermometer Wärme entzogen hat.

Folgende Raumtemperaturen haben wir für die einzelnen Thermometer gemessen:

Thermometer 6: 24,0 °C

Thermometer 5: 23,5 °C

Thermometer 2: 23,5 °C

Thermometer 4: 23,4 °C

Die Veranschaulichung der Temperatur der einzelnen Thermometer in Abhängigkeit von der Zeit:

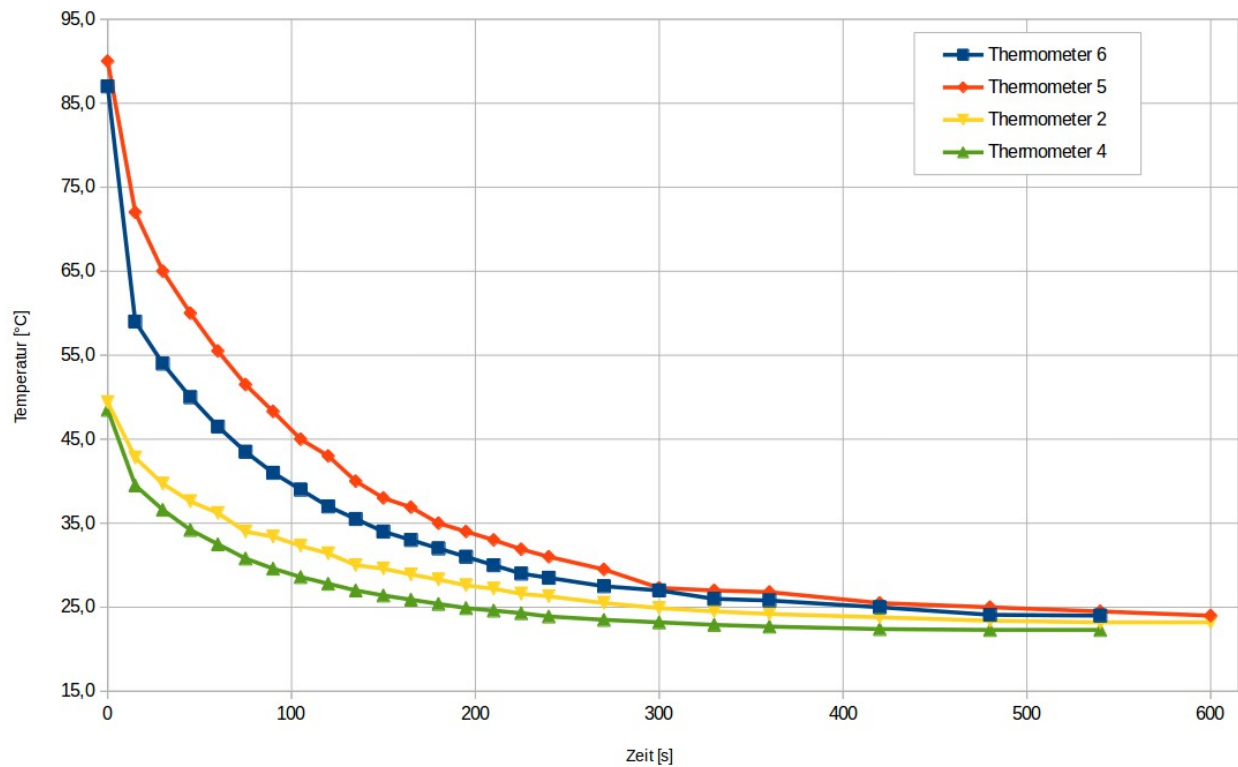


Abbildung 2: Temperaturen in Abhängigkeit von der Zeit

4 Auswertung

Die Berechnung der Zeitkonstanten λ in s innerhalb der 10 min sieht wie folgt aus:

Zeit [s]	λ (Therm. 6) [s]	λ (Therm. 5) [s]	λ (Therm. 2) [s]	λ (Therm. 4) [s]
0				
15	25,52	47,52	51,00	33,78
30	40,43	63,63	63,93	46,68
45	50,85	75,01	74,00	53,36
60	58,27	82,03	84,19	59,14
75	63,95	86,71	83,07	61,41
90	68,71	91,24	93,58	64,36
105	73,17	92,99	97,27	66,70
120	76,04	97,82	101,06	68,92
135	79,37	96,85	97,65	69,52
150	81,50	98,49	103,74	70,61
165	84,79	103,00	105,24	71,53
180	87,22	102,57	106,79	71,15
195	88,75	105,64	105,79	69,21
210	89,31	107,92	107,92	69,07
225	88,80	108,75	105,99	67,60
240	90,94	109,98	107,88	61,29
270	93,41	112,25	105,42	48,86
300	98,54	104,81	102,82	
330	95,65	112,08	101,41	
360	101,26	119,87	99,70	
420	101,37	119,86	94,21	
480	74,47	126,59		
540		128,66		
600		122,69		

Tabelle 2: Berechnete Zeitkonstanten

Die Gleichung 3 gilt nicht für $t = 0$ s und wenn die Temperatur kleiner ist als die Raumtemperatur.

Die Temperatur zur Halbwertszeit t_H für die einzelnen Thermometer beträgt:

Thermometer 6: 55,50 °C

Thermometer 5: 56,75 °C

Thermometer 2: 36,45 °C

Thermometer 4: 35,95 °C

Zu folgenden Zeiten hatten die Thermometer ungefähr diese Temperatur:

Thermometer 6: 30 s

Thermometer 5: 60 s

Thermometer 2: 60 s

Thermometer 4: 30 s

Die Zeitkonstante λ kann nun auch mit dieser Halbwertszeit berechnet werden:

Thermometer 6: 43,28 s (30 s / $\ln 2$)

Thermometer 5: 86,56 s (60 s / $\ln 2$)

Thermometer 2: 86,56 s

Thermometer 4: 43,28 s

Diese stimmen auch grob mit dem in der Tabelle 2 berechneten Zeitkonstanten für diese Zeitpunkte überein. Daraus erkennt man, dass Thermometer 4 und 6 sowie Thermometer 2 und 5 etwa die gleichen Zeitkonstanten besitzen müssen und somit sich eventuell auch in der verwendeten Flüssigkeit ähneln müssen.

Es bleibt die Frage, wie schnell ein Beobachter das Thermometer ablesen müsste, bevor es sich bei einer Differenz von $T_0 - T_L = 10 \text{ °C}$ nicht mehr als 0,1 °C abgekühlt hat:

Durch Umstellen der Gleichung 2 erhält man:

$$\frac{T_K - T_L}{T_0 - T_L} = e^{-\frac{t}{\lambda}}$$

$$t = -\lambda \cdot \ln\left(\frac{9,9}{10}\right)$$

Für unsere Thermometer ergibt dies folgende Ablesezeiten:

Thermometer 6: 0,435 s

Thermometer 5: 0,870 s

Thermometer 2: 0,870 s

Thermometer 4: 0,435 s

5 Zusammenfassung

Unsere Messungen zeigen, dass sich Thermometer durchaus schnell an neue Umgebungstemperaturen anpassen. Innerhalb von 10 Minuten haben sich alle Thermometer an die Raumtemperatur beginnend bei ca. 50 bzw. 90 °C angepasst.

Die Thermometer besaßen Halbwertszeiten von ca. 30 bzw. 60 Sekunden.

Wir konnten die asymptotische Annäherung an die umgebende Lufttemperatur zeigen und bestätigen.

Bei manchen Anwendungen ist diese rasche Anpassung an extremen Temperaturdifferenzen nicht wünschenswert, wie z. B. bei Bestimmung von Bodenoberflächentemperaturen und einer gewünschten Genauigkeit von 0,1 °C. Schon wenn man innerhalb einer Sekunde eines der Thermometer ablesen könnte, hätte man nicht mehr die gewünschte Genauigkeit. Andere Thermometer oder Messmethoden müssten für solche Fälle herangezogen werden.

Die Trägheit von Thermometern hängt u. a. von der verwendeten Flüssigkeit, der Thermometer-Glaswand und dem umgebenden Medium ab. Da wir unterschiedliche Zeitkonstanten (also auch unterschiedliche Trägheiten) für die Thermometer erhielten, könnte man darauf schließen, dass jeweils 2 der Thermometer andere Flüssigkeiten enthalten müssen als die anderen. Oder aber das umgebende Glas eine andere spezifische Wärmekapazität besitzt oder sich in der Dicke voneinander unterscheidet.

6 Quellen

Versuchsanweisungen zur Übung „Trägheit von Thermometern“, Prof. Dr. rer. nat. L. Bannehr,
Institut für Geoinformation und Vermessung, Sommersemester 2014