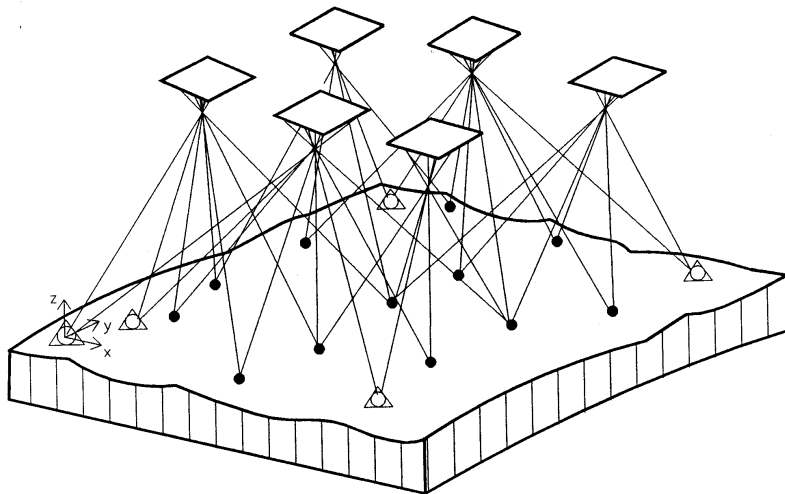


Bündelblockausgleichung

Matthias Rüster

- streifen- oder blockförmiger Bildverband
- mindestens 60% Längs- und 20% Querüberdeckung
- Bündelblockausgleichung liefert Zusammenhang zwischen Bildkoordinaten und Objektkoordinaten
- Berechnungen erfolgen ohne Umwege über Modellkoordinaten (Bildkoordinaten $\rightarrow$ Landeskoordinaten)

Ausgangssituation

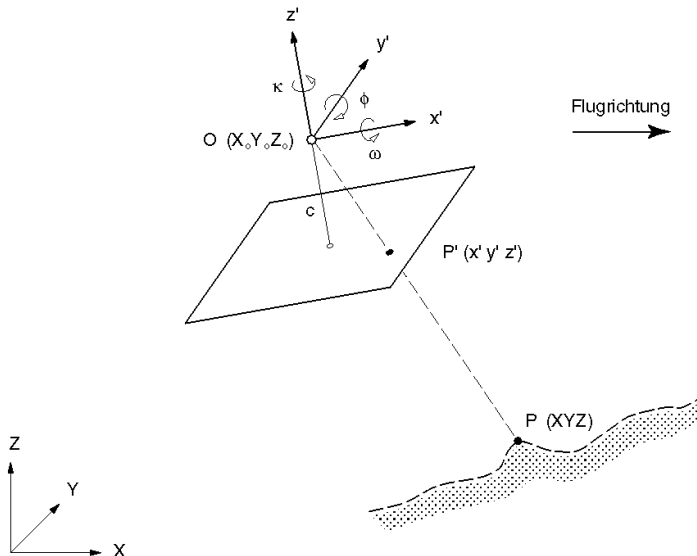


- von jedem Bild geht ein Strahlenbündel aus
- Bildkoordinaten der Verknüpfungspunkte sind näherungsweise bekannt
- von den Passpunkten sind sowohl terrestrische als auch Bildkoordinaten bekannt
- Ausgleichsprinzip: Strahlenbündel werden verschoben und gedreht
- Ziel: entsprechende Strahlen sollen
 - an den Verknüpfungspunkten gut zum Schnitt kommen
 - mit den Passpunkten gut zusammentreffen

- Beschreibung der Lage und Richtung eines Bild-Strahlenbündels
- 6 unbekannte Größen:
 - 3 Drehgrößen:
Längsneigung, Querneigung, Kantung: ω, ϕ, κ

oder auch:

Bildneigung, Azimut, Kantung: ν, α, κ
 - 3D-Koordinate des Projektionszentrums:
 X_0, Y_0, Z_0



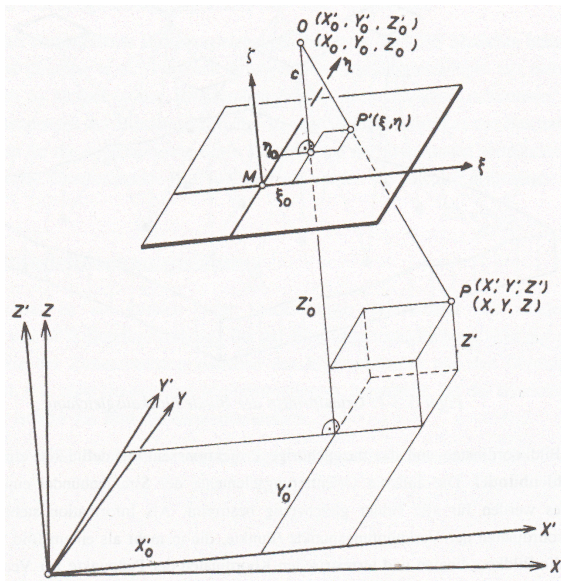
- der mathematische Zusammenhang zwischen Bild- und Objektkoordinaten sind die Kollinearitätsbeziehungen:

$$\xi = \xi_0 - c \cdot \frac{r_{11}(X-X_0)+r_{21}(Y-Y_0)+r_{31}(Z-Z_0)}{r_{13}(X-X_0)+r_{23}(Y-Y_0)+r_{33}(Z-Z_0)} = \xi_0 - c \cdot \frac{Z_x}{N}$$

$$\eta = \eta_0 - c \cdot \frac{r_{12}(X-X_0)+r_{22}(Y-Y_0)+r_{32}(Z-Z_0)}{r_{13}(X-X_0)+r_{23}(Y-Y_0)+r_{33}(Z-Z_0)} = \eta_0 - c \cdot \frac{Z_y}{N}$$

- ξ_0, η_0 : Bildkoordinaten des Bildhauptpunktes
- c : Kamerakonstante (Abstand der Bildebene zum Projektionszentrum)
- r_{ik} : Bestandteile der Rotationsmatrix

Kollinearitätsgleichungen



- Problem: nichtlineare Gleichungen
- Rotationsmatrix ist nicht linear:

$$R_{\omega\phi\kappa} = \begin{pmatrix} \cos\phi\cos\kappa & -\cos\phi\sin\kappa & \sin\phi \\ \cos\omega\sin\kappa + \sin\omega\sin\phi\cos\kappa & \cos\omega\cos\kappa - \sin\omega\sin\phi\sin\kappa & -\sin\omega\cos\phi \\ \sin\omega\sin\kappa - \cos\omega\sin\phi\cos\kappa & \sin\omega\cos\kappa + \cos\omega\sin\phi\sin\kappa & \cos\omega\cos\phi \end{pmatrix}$$

- Kollinearitätsgleichungen sind gebrochenrationale Funktionen
- für Kleinste-Quadrate-Ausgleichung werden deshalb Differentialquotienten genutzt

$$\frac{\delta \xi}{\delta X_0} = -\frac{c}{N^2}(r_{13}Z_x - r_{11}N) = a_2$$

$$\frac{\delta \eta}{\delta X_0} = -\frac{c}{N^2}(r_{13}Z_y - r_{12}N) = b_2$$

...

entsprechend für ξ und η nach allen anderen Variablen ableiten:

$$Y_0, Z_0, \omega, \phi, \kappa, X, Y, Z$$

Verbesserungsgleichungen

Jeder gemessene Bildpunkt liefert zwei Verbesserungsgleichungen:

$$\begin{aligned}v_{\xi ij} = & \frac{\delta \xi}{\delta X_{0j}} dX_{0j} + \frac{\delta \xi}{\delta Y_{0j}} dY_{0j} + \frac{\delta \xi}{\delta Z_{0j}} dZ_{0j} \\& + \frac{\delta \xi}{\delta \omega_j} d\omega_j + \frac{\delta \xi}{\delta \phi_j} d\phi_j + \frac{\delta \xi}{\delta \kappa_j} d\kappa_j \\& + \frac{\delta \xi}{\delta X_i} dX_i + \frac{\delta \xi}{\delta Y_i} dY_i + \frac{\delta \xi}{\delta Z_i} dZ_i - (\bar{\xi}_{ij} - \xi_{ij}^0)\end{aligned}$$

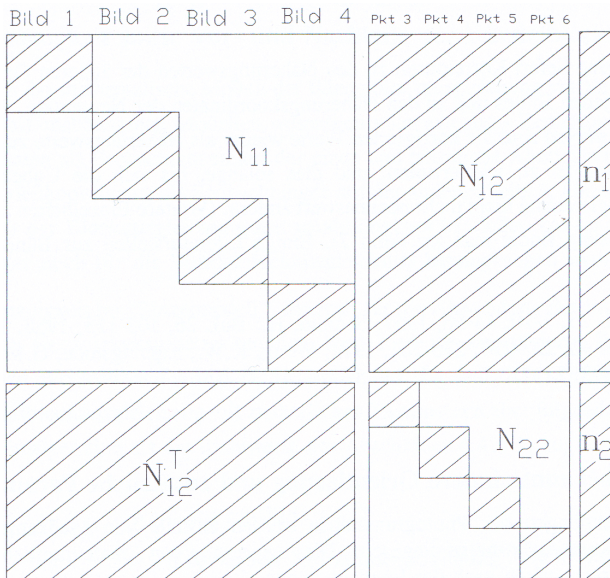
$$v_{\eta ij} = \text{entsprechend mit } \delta \eta, \bar{\eta}_{ij} \text{ und } \eta_{ij}^0$$

mit den sechs Unbekannten der äußeren Orientierung des Bildes j
und den drei Landeskoordinaten des Neu- bzw. Verknüpfungspunktes i

Verbesserungsgleichungssystem ($v = Ax - l$)

	$X_{01}Y_{01}Z_{01}\omega_1\phi_1\kappa_1$	$X_{02}Y_{02}Z_{02}\omega_2\phi_2\kappa_2$		$X_{04}Y_{04}Z_{04}\omega_4\phi_4\kappa_4$	$X_3Y_3Z_3$		$X_6Y_6Z_6$	1
$v_{\xi 11}$	$a_2^0 a_3^0 a_4^0 a_5^0 a_6^0 a_7^0$							$(\bar{\xi}_{11}-\xi_{11}^0)$
$v_{\eta 11}$	$b_2^0 b_3^0 b_4^0 b_5^0 b_6^0 b_7^0$							$(\bar{\eta}_{11}-\eta_{11}^0)$
		entsprechend Punkt 2						
$v_{\xi 31}$	$a_2^0 a_3^0 a_4^0 a_5^0 a_6^0 a_7^0$				$a_8^0 a_9^0 a_{10}^0$			$(\bar{\xi}_{31}-\xi_{31}^0)$
$v_{\eta 31}$	$b_2^0 b_3^0 b_4^0 b_5^0 b_6^0 b_7^0$				$b_8^0 b_9^0 b_{10}^0$			$(\bar{\eta}_{31}-\eta_{31}^0)$
		entsprechend Punkt 4,5,6						
$v_{\xi 12}$		$a_2^0 a_3^0 a_4^0 a_5^0 a_6^0 a_7^0$						$(\bar{\xi}_{12}-\xi_{12}^0)$
$v_{\eta 12}$		$b_2^0 b_3^0 b_4^0 b_5^0 b_6^0 b_7^0$						$(\bar{\eta}_{12}-\eta_{12}^0)$
		entsprechend Punkt 2						
$v_{\xi 32}$		$a_2^0 a_3^0 a_4^0 a_5^0 a_6^0 a_7^0$			$a_8^0 a_9^0 a_{10}^0$			$(\bar{\xi}_{32}-\xi_{32}^0)$
$v_{\eta 32}$		$b_2^0 b_3^0 b_4^0 b_5^0 b_6^0 b_7^0$			$b_8^0 b_9^0 b_{10}^0$			$(\bar{\eta}_{32}-\eta_{32}^0)$
		entsprechend Punkt 4,5,6						

Normalgleichungssystem ($N = A^T A$)



Auflösen des Normalgleichungssystem

$$\begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{12}^T & N_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix}$$

Reduzierung von N um die Neupunktskoordinaten x_2

Normalgleichungssystem invertieren (weil $x = n N^{-1}$)

$$(N_{12} - N_{12} N_{22}^{-1} N_{12}^T) x_1 = n_1 - N_{12} N_{22}^{-1} n_2$$

$$x_1 = (n_1 - N_{12} N_{22}^{-1} n_2) (N_{12} - N_{12} N_{22}^{-1} N_{12}^T)^{-1}$$

Ergebnisse der Ausgleichung

- die Ausgleichung ergibt Korrekturen für die Näherungswerte (der äußeren Orientierung und Neupunktskoordinaten)
- bei schlechten Näherungswerten ist die Ausgleichung zu wiederholen (Iterationen)
- wiederholen, bis sich die Unbekannten nicht mehr nennenswert ändern
- Genauigkeiten:
 - Lage: $3 \mu\text{m}$ im Bild
 - Höhe: 0.04 ‰ der Aufnahmeentfernung

- bei Senkrechtaufnahmen:
 $\omega^0, \phi^0 \approx 0$, sowie κ^0 bekannt aus Flugdaten
- Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen liefert Näherungen für:
 - Koordinaten der Projektionszentren (X_0^0, Y_0^0, Z_0^0)
 - Koordinaten der Neupunkte (X^0, Y^0, Z^0)
- Daten von Inertialsensoren (IMU)

Vor- und Nachteile

- + genauestes Verfahren in der Luftbilddauswertung
- + erweiterbares Modell
- + Kenntnisse über äußere Orientierung, gemessene Strecken, Winkel, etc. können leicht in die Rechnung mit einbezogen werden
- nichtlineares Problem → rechenintensiv
- keine Trennung zwischen Lage und Höhe möglich (immer räumlich)

- Strahlenbündel verknüpfen sich über Objektpunkte
- beliebige Standpunkte
- verknüpfende Objektpunkte sollten mindestens auf 3 Bildern abgebildet sein
- keinerlei Informationen über äußere Orientierung
→ aufwendige Beschaffung
- 3D-Rekonstruktion von Objekten durch Bildaufnahmen

- Einbeziehen von Amateuraufnahmen möglich
→ Elemente der inneren Orientierung fließen mit in die Verbesserungsgleichungen ein
- mehr Verknüpfungspunkte erforderlich
- Kompensation von systematischen Fehlern möglich (z.B. Objektivverzeichnungen)
→ deshalb auch für Selbstkalibrierung und Auswertung von Messbildern genutzt
- *Structure from Motion* (3D-Rekonstruktion durch Amateuraufnahmen)

Anzahl der Unbekannten und Beobachtungen

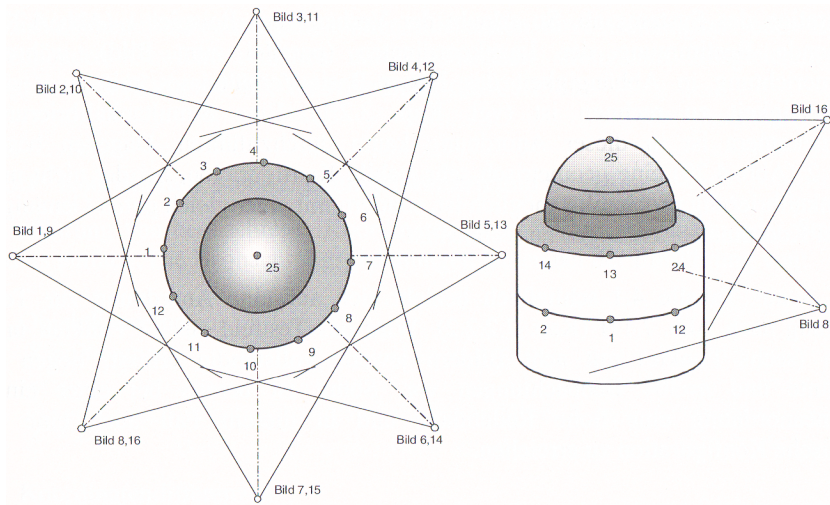
$$u_{Ges} = 6 \cdot n_{Bilder} + 3 \cdot n_{Punkte} + u_{Kalib.} \cdot n_{Kameras}$$

$$n_{Beob.} = n_{Bildpunkte} \cdot 2$$

Redundanz:

$$r = n_{Beob.} - u_{Ges.}$$

Rundum-Verband



$$u_{\text{Ges}} = 6 \cdot 16 + 3 \cdot 25 + 7 \cdot 1 = 176$$

$$n_{\text{Beob.}} = 12 \cdot 16 \cdot 2 = 384 \quad \Rightarrow \quad r = 384 - 176 = 208$$

- Kraus, Karl: *Photogrammetrie (Band 1) Grundlagen und Standardverfahren*
- Kraus, Karl: *Photogrammetrie (Band 2) Verfeinerte Methoden und Anwendungen*
- Schwidersky/Ackermann: *Photogrammetrie - Grundlagen, Verfahren, Anwendungen*
- Luhmann, Thomas: *Nahbereichsphotogrammetrie - Grundlagen, Methoden und Anwendungen*